

**XX Jornadas de Automática
27-29 septiembre 1999
Salamanca, España
Comité Español de Automática de la IFAC (CEA-IFAC)**

**IDENTIFICACION DE MODELOS LINEALES CON INTERVALOS DE
CONFIANZA DE LA DINAMICA VERTICAL DE UN BUQUE DE ALTA
VELOCIDAD**

J.M. de la Cruz, J. Aranda, P. Ruipérez, J.M. Díaz

pp.:279-283

IDENTIFICACIÓN DE MODELOS LINEALES CON INTERVALOS DE CONFIANZA DE LA DINÁMICA VERTICAL DE UN BUQUE DE ALTA VELOCIDAD

J. Aranda, J.M. Díaz, P. Ruipérez
Dept. de Informática y Automática. UNED. Madrid , jaranda@dia.uned.es

J. M. De La Cruz
Dept. de Arquitectura de ordenadores y Automática. U. Complutense. Madrid, jmcruz@dacya.ucm.es

Resumen

En este trabajo se presenta la identificación de los modelos lineales continuos de la dinámica vertical de un buque de alta velocidad para distintas velocidades. Así mismo se han obtenido intervalos para los coeficientes de las funciones de transferencia que representan a los modelos, lo que permite la utilización de estos modelos con técnicas de control robusto.

1.-Introducción

Uno de los principales problemas con los que se encuentra el transporte marítimo, es la aparición de mareos tanto en los pasajeros como en la tripulación como consecuencia de las aceleraciones verticales generadas por los movimientos verticales que se producen en el buque durante la navegación. El disminuir estas aceleraciones repercutirá en un aumento de la seguridad y del confort .

Los movimientos que principalmente contribuyen a las aceleraciones verticales son : el desplazamiento angular de cabeceo (pitch) y el desplazamiento vertical del centro de masas (heave).

Para disminuir las aceleraciones verticales es necesario diseñar un controlador robusto que actuando sobre los actuadores adecuados contrarreste los movimientos de pitch y de heave. Para poder diseñar este controlador es necesario disponer de un modelo adecuado de la dinámica vertical del buque de alta velocidad.

Un modelo para la dinámica de un buque considerando los 6 grados de libertad se puede encontrar en [3] y [4]. Estos son modelos teóricos obtenidos a partir de las ecuaciones que rigen el comportamiento de un sólido rígido parcialmente sumergido en el agua. La aplicación de ciertas técnicas de control robusto requiere disponer de modelos lineales y de unos intervalos de incertidumbre de los coeficientes del mismo.

En este trabajo se describe una técnica de identificación en el dominio de la frecuencia para un sistema multivariable, como es el caso de la dinámica vertical de un buque de alta velocidad, obteniéndose unos intervalos de incertidumbre en los coeficientes de las funciones de transferencia correspondientes al modelo identificado.

2.- Proceso de identificación

Se identificaron modelos lineales continuos para la dinámica vertical de un buque de alta velocidad, con el esquema mostrado en la Figura 1.

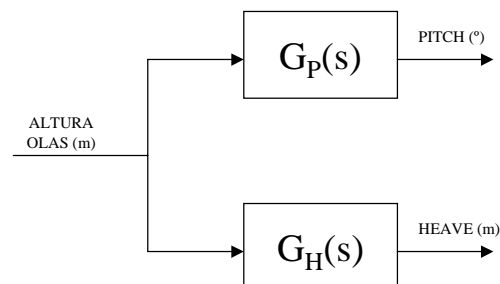


Figura 1 : Diagrama de bloques del sistema identificado.

Se disponía de series temporales medidas de la altura de olas, movimiento de pitch y de heave, obtenidas a partir de ensayos con oleaje irregular del tipo JONSWAP que dependía del estado de la mar (SSN) , de acuerdo con STANAG 4194 (Standardized Wave and Wind Enviroments and Shipboard Reporting of Sea Conditions), que podía ser 4, 5 o 6. También se disponía de ensayos con oleaje regular. Todos los ensayos fueron realizados sobre una maqueta a escala de un buque de alta velocidad CEHIPAR [2].

La identificación se realizó en el dominio de la frecuencia. Se partió de los puntos de magnitud y de fase obtenidos con PRECAL [2] y se corrigieron las fases a proa, a las frecuencias de encuentro ω_{ei} con $i=1,2,\dots,25$ para la función de transferencia del pitch

$G_P(j\omega_{ei})$ y para la función de transferencia del heave $G_H(j\omega_{ei})$.

$$\begin{aligned} G_P(j\omega_{ei}) &= \text{Re}(G_P(j\omega_{ei})) + j \text{Im}(G_P(j\omega_{ei})) \\ G_H(j\omega_{ei}) &= \text{Re}(G_H(j\omega_{ei})) + j \text{Im}(G_H(j\omega_{ei})) \end{aligned}$$

Fijados los valores de la estructura (m,n,nps) de un modelo, donde:

- m es el número de ceros del modelo.
- n es el número total de polos del modelo.
- nps es el número de polos simples del modelo.

Las funciones de transferencia a estimar $\hat{G}_P(s)$ y $\hat{G}_H(s)$ son de la forma :

$$\hat{G}(s) = \frac{x_{n+m+1}s^m + x_{n+m}s^{m-1} + \dots + x_{n+1}}{s^n + x_n s^{n-1} + \dots + x_1} \quad (1)$$

Donde el vector de parámetros a estimar \mathbf{P} es :

$$\mathbf{P} = (x_1, \dots, x_{n+m+1}).$$

Para estimar los parámetros de $\hat{G}_P(s)$ y $\hat{G}_H(s)$ se debe minimizar la función de coste siguiente [6] :

$$\begin{aligned} K(\vec{P}) &= \sum_{k=1}^N |H(j\omega_{ek}) - \hat{H}(j\omega_{ek})|^2 \\ K(\vec{P}) &= \sum_{k=1}^N \left[\left(\text{Re}(H(j\omega_{ek})) - \text{Re}(\hat{H}(j\omega_{ek})) \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. j \left(\text{Im}(H(j\omega_{ek})) - \text{Im}(\hat{H}(j\omega_{ek})) \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2)$$

sometida a las siguientes restricciones :

- En el caso del Pitch cuando $\omega_{ei} \rightarrow 0$ $|G_P(s)|=0$, como $s=j\omega_{ei}$ significa que $x_{n+1}=0$
- En el caso del heave cuando $\omega_{ei} \rightarrow 0$ $|G_H(s)|=1$, como $s=j\omega_{ei}$ significa que $x_1=x_{n+1}$
- Estabilidad .

Este problema se convierte en uno de mínimos cuadrados no lineales con restricciones, cuya solución pasa por las técnicas y herramientas descritas en [8] y [9].

3.- Generación de intervalos.

Bhattacharyya [1] describe una técnica para generar intervalos de incertidumbre en los coeficientes de las funciones de transferencia continuas. Esta técnica se modifica para adaptarla a sistemas como los indicados en este trabajo.

Supóngase que se tiene un sistema físico del que se poseen las medidas de la entrada y de la salida en el dominio de la frecuencia, para las frecuencias ω_i con $i=1,2,\dots,N$

$$y(j\omega_i) = D(j\omega_i)u(j\omega_i)$$

Sea $G^l(s)$ la función de transferencia de un sistema lineal invariante en el tiempo de tal manera que $G^l(s)$ está cercana a los $D(j\omega)$ medidos. En general es imposible encontrar una única función racional $G^l(s)$ que cumpla que $G^l(j\omega_i)=D(j\omega_i)$ para todo $i=1,\dots,N$. Es más real intentar identificar una familia $\mathbf{G}(s)$ de funciones de transferencia que verifique que para todo $D(j\omega_i)$ existe una $G_i(s)$ perteneciente a $\mathbf{G}(s)$ tal que $G_i(j\omega_i)=D(j\omega_i)$.

Sea la función de transferencia nominal $G^l(s)$ que tiene la forma dada por (1) y la función $G(s)$ que tiene la forma :

$$G(s) = \frac{\hat{x}_{n+m+1}s^m + \hat{x}_{n+m}s^{m-1} + \dots + \hat{x}_{n+1}}{s^n + \hat{x}_n s^{n-1} + \dots + \hat{x}_1} \quad (3)$$

La familia $\mathbf{G}(s)$ se define como :

$$\mathbf{G}(s) = \{G(s) : \hat{x}_i \in [x_i - w_{x_i} \cdot \varepsilon_{x_i}^-, x_i + w_{x_i} \cdot \varepsilon_{x_i}^+] \quad \forall i\} \quad (4)$$

donde los w_{x_i} son pesos escogidos a priori. Además los ε_{x_i} son parámetros de dilatación.

3.1.-Selección de pesos.

Supóngase que se tienen N puntos medidos :

$$D(j\omega) = \{D(j\omega_i) = \alpha_i + j\beta_i, i = 1, 2, \dots, N\}$$

Se define el modelo l-ésimo como sigue :

$$G_l(j\omega) = \begin{cases} D(j\omega_i) & i = l \\ G^l(j\omega_i) & i = 1, 2, \dots, l-1, l+1, \dots, N \end{cases} \quad (5)$$

Es decir $G_l(j\omega)$ coincide con los valores nominales $G^l(j\omega)$ excepto para el dato l-esimo que es el medido $D(j\omega_i)$.

Se construyen los modelos l-esimos que se llaman $G_l^l(s)$:

$$G_l^l(s) = \frac{x_{n+m+1}^l s^m + \dots + x_{n+1}^l}{s^n + x_n^l s^{n-1} + \dots + x_1^l} \quad (6)$$

Los modelos $G_l^l(s)$ deben ser identificados utilizando la misma técnica de identificación utilizada para identificar el modelo nominal $G^l(j\omega)$.

Se demuestra [1] que el vector de pesos \vec{w} es :

$$\begin{aligned} \vec{w} &= \left[\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N |x_1 - x_1^l|, \dots, \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N |x_{n+m+1} - x_{n+m+1}^l| \right] \\ \vec{w} &= [w_{x_1}, \dots, w_{x_n}, w_{x_{n+1}}, \dots, w_{x_{n+m+1}}] \end{aligned} \quad (7)$$

3.2.-Cálculo de los intervalos del sistema.

Sea la función de transferencia $G(j\omega_i)$ que puede ser expresada de la siguiente forma para la frecuencia ω_i :

$$G(j\omega_i) = \frac{(\hat{x}_{n+1} - \omega_i^2 \hat{x}_{n+3} + \dots) + j \cdot (\omega_i \hat{x}_{n+2} - \omega_i^3 \hat{x}_{n+4} + \dots)}{(\hat{x}_1 - \omega_i^2 \hat{x}_3 + \dots) + j \cdot (\omega_i \hat{x}_2 - \omega_i^3 \hat{x}_4 + \dots)}$$

$$G(j\omega_i) = \frac{n1 + j \cdot n2}{d1 + j \cdot d2}$$

Si se iguala con el punto medido $D(j\omega_i)$ a la frecuencia ω_i se obtiene :

$$D(j\omega_i) = \alpha_i + j\beta_i = \frac{n1 + j \cdot n2}{d1 + j \cdot d2}$$

que operando se llega al siguiente par de ecuaciones :

$$F_1(\alpha_i, \beta_i, x_1^i, \dots, x_{n+m+1}^i) = (\alpha_i d1 - \beta_i d2) - n1 = 0$$

$$F_2(\alpha_i, \beta_i, x_1^i, \dots, x_{n+m+1}^i) = (\beta_i d1 + \alpha_i d2) - n2 = 0$$

Se cumple que :

$$\hat{x}_i = x_i + w_{x_i} \varepsilon_{x_i}^l \begin{cases} i = 1, \dots, n+m+1 \\ l = 1, \dots, N \end{cases} \quad (8)$$

sustituyendo las expresiones de los parámetros dados por (8) y operando se obtiene :

$$A \cdot \vec{x} + A \cdot W \cdot \vec{\varepsilon}_x^l = -E$$

$$A \cdot W \cdot \vec{\varepsilon}_x^l = -B - E$$

donde :

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_i & -\beta_i \omega_i & \alpha_i \omega_i^2 & -\beta_i \omega_i^3 & \dots & -1 & 0 & \omega_i^2 & 0 & \omega_i^4 & \dots \\ \beta_i & \alpha_i \omega_i & -\beta_i \omega_i^2 & \alpha_i \omega_i^3 & \dots & 0 & \omega_i & 0 & \omega_i^3 & 0 & \dots \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} k_1 \omega^n \\ k_2 \omega^n \end{bmatrix}$$

$$k_1 = \begin{cases} \alpha_i & \text{si } n = 0, 4, 8, \dots \\ -\beta_i & \text{si } n = 1, 5, 9, \dots \\ -\alpha_i & \text{si } n = 2, 6, 10, \dots \\ \beta_i & \text{si } n = 3, 7, 11, \dots \end{cases} \quad k_2 = \begin{cases} \beta_i & \text{si } n = 0, 4, 8, \dots \\ \alpha_i & \text{si } n = 1, 5, 9, \dots \\ -\beta_i & \text{si } n = 2, 6, 10, \dots \\ -\alpha_i & \text{si } n = 3, 7, 11, \dots \end{cases}$$

$$W = \begin{bmatrix} w_{x_1} & & & 0 \\ & \cdot & & \\ & & \cdot & \\ 0 & & & w_{x_{n+m+1}} \end{bmatrix}$$

$$\vec{\varepsilon}_x^l = [\varepsilon_{x_1}^l \quad \dots \quad \varepsilon_{x_{n+m+1}}^l]^T$$

$$\vec{x} = [x_1, \dots, x_{n+m+1}]^T$$

$$B = A \cdot \vec{x}$$

El vector $\vec{\varepsilon}_x^l$ hace referencia a los parámetros de dilatación que se obtienen para la frecuencia ω_i ,

Despejando a $\vec{\varepsilon}_x^l$ se obtiene :

$$\vec{\varepsilon}_x^l = -W^{-1} (A^T A)^{-1} A^T (B + E) \quad (9)$$

Una vez que se calculan todos los $\vec{\varepsilon}_x^l$ para $l=1, \dots, N$ se calculan los parámetros de dilatación de los intervalos de la siguiente manera:

$$\varepsilon_{x_k}^- = \min_l \{0, \varepsilon_{x_i}^l\} \quad \varepsilon_{x_k}^+ = \max_l \{0, \varepsilon_{x_i}^l\} \quad (10)$$

4.- Resultados.

En la Tabla 1 y en la Tabla 2 se presentan las estructuras de los modelos más significativos, identificados para el movimiento de heave y para el movimiento de pitch a distintas velocidades. En estas tablas también se presenta para cada modelo el valor de la función de coste (2) y el error cuadrático medio al realizar la simulación con oleaje irregular.

V	Estructura (m,n,nps)	Función de coste	Error cuadrático medio
20	(4,6,2)	0.0383	0.014333
	(3,5,1)	0.0692	0.014062
	(2,3,1)	0.0696	0.013793
30	(4,6,2)	0.0385	0.011061
	(3,5,1)	0.1012	0.011476
	(2,3,1)	0.2381	0.017047
40	(4,6,2)	0.0471	0.011186
	(3,5,1)	0.1045	0.011323
	(2,3,1)	0.4510	0.01246

Tabla 1: Estructuras de los modelos continuos identificados para el movimiento de Heave a distintas velocidades V(nudos).

V	Estructura (m,n,nps)	Función de coste	Error cuadrático medio
20	(4,6,2)	0.1213	0.10562
	(3,5,1)	0.1228	0.10518
30	(4,6,2)	0.0938	0.099554
	(3,5,1)	0.0946	0.099763
40	(4,6,2)	0.0942	0.12141
	(3,5,1)	0.0989	0.12256

Tabla 2: Estructuras de los modelos continuos identificados para el movimiento de pitch a distintas velocidades V(nudos).

Para cada uno de estos modelos se han obtenido los intervalos de los coeficientes de las funciones de transferencia.

Para el modelo (4,6,2) a 20 nudos la función de transferencia del heave es :

$$G_H(s) = \frac{115.8 s^4 - 78.38 s^3 + 831.2 s^2 - 557.7 s + 1325}{s^6 + 39.47 s^5 + 471.6 s^4 + 1688 s^3 + 2690 s^2 + 2459 s + 1325}$$

Los intervalos de los coeficientes de la función de transferencia se muestran en la Tabla 3 :

x	Extremo Inferior	Valor nominal	Extremo Superior
x ₁	1309.3	1325	1388
x ₂	2411	2459	2479
x ₃	2624	2690	2832.4
x ₄	1649.3	1688	1793.6
x ₅	331.88	471.6	548.86
x ₆	33.488	39.47	42.611
x ₈	-557.88	-557.7	-556.55
x ₉	830.22	831.2	832.12
x ₁₀	-83.187	-78.38	-77.61
x ₁₁	90.822	115.8	128.37

Tabla 3 : Intervalos de los coeficientes de G_H(s)

En la Figura 2 se muestra el diagrama de Bode de G_H(s) comparado con los puntos del diagrama de Bode que se obtiene utilizando los datos obtenidos con PRECAL corregidos a proa.

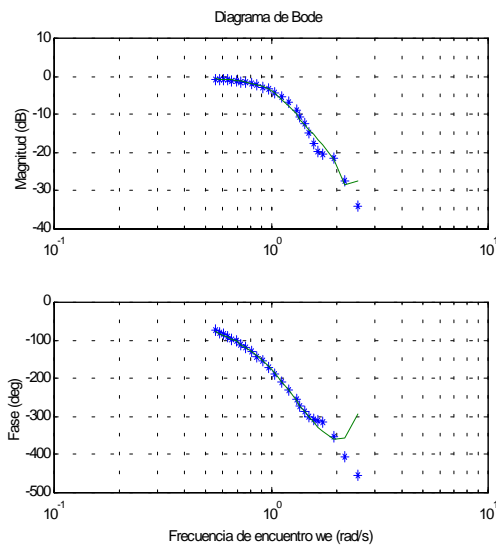


Figura 2 :Diagrama de Bode de G_H(s) comparado con los puntos obtenidos con PRECAL.

En la Figura 3 se muestra la salida de G_H(s) comparada con la salida medida experimentalmente cuando la entrada de excitación es oleaje irregular (SSN=5).

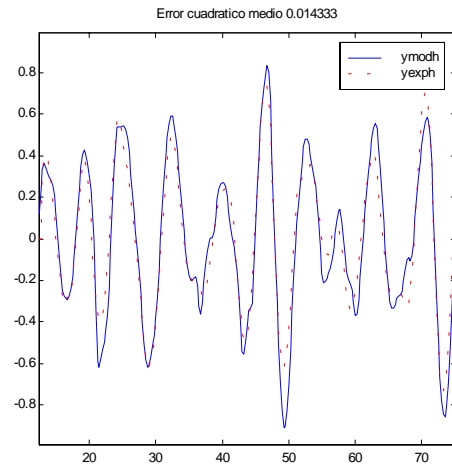


Figura 3 :Salida (yesth) de G_H(s) comparada con la salida (heave) medida experimentalmente utilizando como excitación oleaje irregular. Eje x en segundos. Eje y en metros

Para el modelo (4,6,2) a 20 nudos la función de transferencia del pitch es :

$$G_P(s) = \frac{-1.19 s^4 - 10.85 s^3 + 14.98 s^2 - 50.62 s}{s^6 + 19.27 s^5 + 50.86 s^4 + 87.04 s^3 + 113 s^2 + 71.95 s + 40.93}$$

Los intervalos de los coeficientes de la función de transferencia se muestran en la Tabla 4 :

x	Extremo Inferior	Valor nominal	Extremo Superior
x ₁	40.6239	40.9301	42.1549
x ₂	69.8317	71.9466	72.2921
x ₃	111.9658	113.0089	113.4570
x ₄	86.6317	87.0402	88.3162
x ₅	50.1333	50.8560	52.1965
x ₆	17.4087	19.2750	19.6824
x ₈	-51.6473	-50.6223	-50.3770
x ₉	14.4200	14.9826	15.0770
x ₁₀	-11.6252	-10.8545	-8.9156
x ₁₁	-1.3675	-1.1900	0.5597

Tabla 4 : Intervalos de los coeficientes de G_P(s)

En la Figura 4 se muestra el diagrama de Bode de G_P(s) comparado con los puntos del diagrama de Bode que se obtiene utilizando los datos obtenidos con PRECAL corregidos a proa.

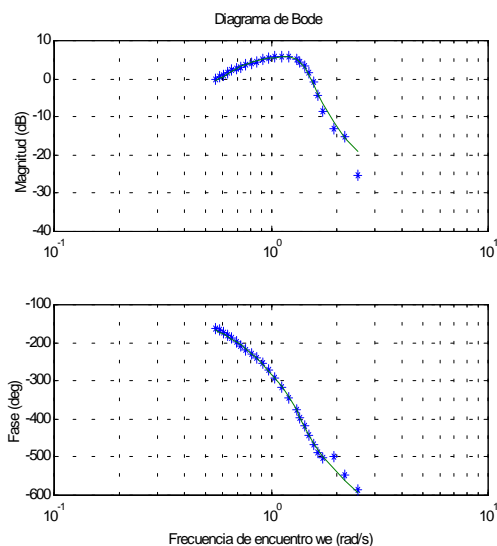


Figura 4 :Diagrama de Bode de $G_p(s)$ comparado con los puntos obtenidos con PRECAL.

En la Figura 5 se muestra la salida de $G_H(s)$ comparada con la salida medida experimentalmente cuando la entrada de excitación es oleaje irregular (SSN=5).

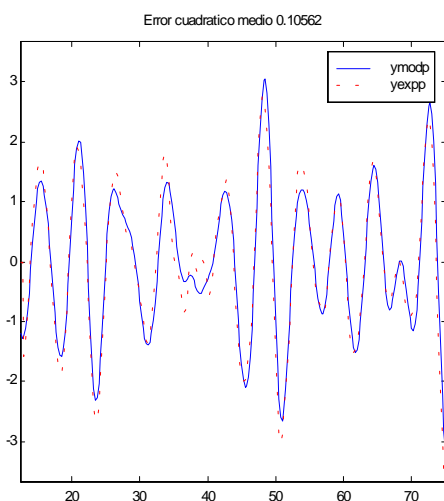


Figura 5 :Salida (y_{estp}) de $G_p(s)$ comparada con la salida (y_{expp}) medida experimentalmente utilizando como excitación oleaje irregular. Eje x en segundos. Eje y en grados.

5.-Conclusiones.

En este trabajo se han presentado los modelos lineales continuos que se han identificado utilizando los datos en el dominio de la frecuencia obtenidos con el programa PRECAL, para la dinámica vertical del buque de alta velocidad TF-120 a las velocidades de 20, 30 y 40 nudos. Se han generado también intervalos en los coeficientes de las funciones de transferencia de los modelos identificados. Se ha puesto de manifiesto la validez de los modelos obtenidos, mediante la realización

de simulaciones en el dominio temporal, que mostraban un gran acuerdo entre la señal experimental y la generada por el modelo.

Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado bajo el proyecto de la CICYT: TAP97-0607-003-C02.

Referencias

- [1] Bhattacharyya, S. P., H. Chapellat, L.H.Keel (1995) *Robust control: the parametric approach* / S. P.
- [2] CEHIPAR (1998) Informe OTI-2135-CM-1 de los ensayos de comportamiento en la mar del Ferry TF-120 para investigación sobre control. Canal de Experiencias Hidrodinámicas de El Pardo.
- [3] T. I. Fossen.(1994). *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. John Wiley & sons..
- [4] E. V. Lewis (1989). Principles of Naval Architecture. Second Revision. Volume III. *Motions in Waves and Controllability*. Society of Naval Architects and Marine Engineers.
- [5] Lennart Ljung *System Identification Toolbox. User's Guide*. The Math Works.Inc
- [6] J.Schoukens and R.Pintelon.(1991). *Identification of Linear Systems* Pergamon Press.
- [7] T.Söderström and P. Stoica. (1989). *System Identification*. Prentice Hall,
- [8] J.Aranda, J.M De la Cruz, J.M Díaz, P.Ruipérez (1999) *Identificación de modelos lineales con intervalos de confianza de la dinámica vertical del buque de alta velocidad TF-120*. Informe interno proyecto TAP97-0607. CRIBAV/007.
- [9] Matlab Optimization Toolbox (1997). *User's Guide*. Version 5 The Math Works.Inc